

29.04.2026

ПРОБЕН ИЗПИТ ПО МАТЕМАТИКА
ПРОФИЛИРАНА ПОДГОТОВКА
ЧАСТ 1 (Време за работа: 90 минути)

Отговорите на задачите от 1. до 15. включително отбелязвайте в листа за отговори!

1. Ъгълът между векторите $\vec{a}(1;3)$ и $\vec{b}(-2;4)$ е равен на:

- A) 45° Б) 60° В) 120° Г) 135°

2. Стойностите на реалното число a , за които геометричната прогресия

$1, \frac{a^2}{2}, \frac{a^4}{4}, \dots$ е безкрайно малка, са:

- A) $a \in (-\sqrt{2}; \sqrt{2})$ Б) $a \in (-2; 2)$ В) $a \in (-\infty; -\sqrt{2}) \cup (\sqrt{2}; +\infty)$ Г) $a \in (-\infty; -2) \cup (2; +\infty)$

3. Координатите на точките от графиката на функцията $f(x) = \frac{x^2+1}{x}$, в които допирателната е успоредна на абсцисната ос, са:

- A) $(-2; -1)$ и $(2; 1)$ Б) $(-2; 1)$ и $(-1; 2)$ В) $(1; -2)$ и $(-1; 2)$ Г) $(1; 2)$ и $(-1; -2)$

4. Случайната величина $X \in Bi\left(n; \frac{1}{4}\right)$ има стандартно отклонение $\sigma = 3$. Броят независими опити n е равен на:

- A) 16 Б) 32 В) 48 Г) 64

5. Коя от точките лежи върху допирателната към окръжността

$k: (x-2)^2 + (y+1)^2 = 17$, построена в точка $M(6;0)$ от тази окръжност?

- A) $(1; -28)$ Б) $(1; 20)$ В) $(2; 32)$ Г) $(2; 28)$

6. Векторите $\vec{a}$ и $\vec{b}$ са линейно независими, като $|\vec{a}| = \sqrt{2}$, $|\vec{b}| = 1$ и $\angle(\vec{a}; \vec{b}) = 135^\circ$.

Скаларното произведение на векторите $\vec{c} = 2\vec{a} - \vec{b}$ и $\vec{d} = \vec{a} + 2\vec{b}$ е равно на:

- A) -5 Б) -1 В) 1 Г) 5

7. В точка $M(x_M = -2)$ от графиката на функцията $y = x^3 - 3x - 1$ е построена допирателна. Координатите на точката, в която допирателната пресича ординатната ос са:

- A) $\left(0; -\frac{31}{9}\right)$ Б) $\left(0; -\frac{5}{3}\right)$ В) $(0; 15)$ Г) $(0; 31)$

8. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{2x - \sqrt{x+3}}{\sin\left(\frac{\pi}{3} - \frac{\pi x}{3}\right)}$ е равна на:

- A) $-\frac{21}{4\pi}$ Б) $-\frac{21}{\pi}$ В) $\frac{21}{4\pi}$ Г) $\frac{21}{\pi}$

9. Основата на пирамида $ABCD$ е равнобедрен $\triangle ABC$ ($AC = BC$), за който $AC = 2$ и $\angle BAC = 2\alpha$. Ако $DC \perp (ABC)$ и $\angle((ABC); (ABD)) = \alpha$, височината на пирамидата е равна на:

- A) $2\operatorname{tg}\alpha$ Б) $2\cot\alpha$ В) $4\cos^2\alpha$ Г) $4\sin^2\alpha$

10. В правоъгълна координатна система са дадени точките $A(-7;15)$ и $B(3;5)$. Точка $M \in AB$ и $AM:MB = 3:2$. Уравнението на правата, минаваща през M и перпендикулярна на AB е:

- A) $y = -x - 10$ Б) $y = x + 10$ В) $y = -x - 15$ Г) $y = x + 15$

11. В правилна четириъгълна пирамида с основен ръб $a = 2$ е вписана сфера. Ако косинусът на линейния ъгъл между околна стена и основата е равен на $\frac{1}{5}$, то радиусът на сферата е равен на:

- A) $\frac{\sqrt{6}}{6}$ Б) $\frac{\sqrt{6}}{4}$ В) $\frac{\sqrt{6}}{3}$ Г) $\frac{\sqrt{6}}{2}$

12. Функцията $f(x) = e^{\frac{1}{x}}$ има инфлексна точка с координати:

- A) $(-2; \sqrt{e})$ Б) $\left(\frac{1}{2}; \frac{\sqrt{e}}{e}\right)$ В) $(2; \sqrt{e})$ Г) $\left(\frac{1}{2}; \frac{1}{e^2}\right)$

13. Остатъкът от делението на полинома $P(x) = 2x^4 - 4x^2 + x + 1$ с полинома $G(x) = x + 2$ е равен на:

- A) -33 Б) 3 В) 15 Г) 19

14. В кой от интервалите уравнението $x^3 - x - 1 = 0$ има корен?

- A) $(-2; -1)$ Б) $(-1; 1)$ В) $(1; 2)$ Г) $(2; 3)$

15. Калоян и Борис стрелят последователно по мишена, избирайки реда по случаен начин с равен шанс за всеки. Ако Калоян стреля пръв, улучва с вероятност 0,8, а ако стреля втори – с вероятност 0,6. Ако стреля пръв, Борис улучва с вероятност 0,9. Ако стреля след Калоян, улучва с вероятност 0,5. След като всеки е стрелял по един път, се оказало, че мишената е улучена и от двамата. Шансът на всеки от тях да стреля пръв е равен. Каква е вероятността Калоян да е стрелял първи?

- A) $\frac{20}{47}$ Б) $\frac{27}{47}$ В) $\frac{45}{93}$ Г) $\frac{48}{93}$

ПРОФИЛИРАНА ПОДГОТОВКА
ЧАСТ 2 (Време за работа: 150 минути)

Пълните решения с необходимите обосновки на задачите от 16. до 18. включително запишете в листа за отговори!

16. Основата на триъгълна пирамида $ABCD$ е равнобедрен триъгълник ABC с бедра $AC = BC = 2$ и $\angle ACB = 2\alpha$. $DA = DB = DC = 2$.

а) Да се докаже, че обемът на пирамидата $ABCD$ е равен на

$$\frac{4}{3} \sqrt{(1 - \cos^2 \alpha)(4 \cos^2 \alpha - 1)}.$$

б) Да се намери интервалът на изменение на α .

в) Да се намери стойността на $\cos \alpha$, за която пирамидата има най-голям обем и да се намери този обем.

17. Дадена е функцията $f(x) = 2ax^3 + 3(2-a)x^2 - 12x + 3$, където $a \in (-2; 0)$

а) Да се намерят абсцисите на точките, в които функцията има локални екстремуми.

б) Да се намери за коя стойност на a функцията има локален максимум, равен на -1 .

в) При така намерената стойност на a , да се определи броят на реалните корени на уравнението $f(x) = 0$.

18. Най-малкото цяло решение на неравенството $x^4 + 2x^3 - 7x^2 - 20x - 12 \leq 0$ е корен на уравнението $2x^6 - x^5 + (4a-1)x^4 - 2x^3 - 9x^2 - x - a = 0$.

а) Да се реши неравенството $x^4 + 2x^3 - 7x^2 - 20x - 12 \leq 0$.

б) Да се намерят реалните корени на уравнението $2x^6 - x^5 + (4a-1)x^4 - 2x^3 - 9x^2 - x - a = 0$.